

Offre d'un financement de thèse
Institut FEMTO-ST (UMR CNRS 6174) – LMB (UMR CNRS 6623)

Optimisation robuste en environnement incertain

Directeurs

Jean-Marc Nicod (Jean-Marc.Nicod@femto-st.fr)
Landy Rabehasaina (landy.rabehasaina@univ-fcomte.fr)
Zeina Al Masry (Zeina.almasry@femto-st.fr)

Mots clés : Optimisation robuste, Recherche opérationnelle, Approches stochastiques, Aide à la décision, Simulation.

Contexte

Dans tous les secteurs, qu'ils soient industriels ou non, des décisions doivent être prises en lien avec un objectif qu'il s'agit d'optimiser. Ainsi en logistique, des livraisons doivent se faire avec le moins de véhicules et le moins de kilomètres possibles ; dans l'industrie des tâches doivent être traitées au plus vite par des machines dans un ordre approprié, etc. Si l'homme a souvent été celui qui optimise, cela n'est plus possible dès que le problème est de grande taille. Les solutions sont souvent valides mais arbitrairement loin de la solution optimale. Une littérature importante traite des problèmes d'optimisation. Ainsi pour les problèmes de tournées ou les problèmes d'ordonnancement évoqués plus haut, de nombreuses approches ont été étudiées.

Un enjeu pour la prise de décision basée sur la résolution d'un problème d'optimisation est la pérennité de cette décision. Qu'advient-il si la route prise par une tournée supporte un trafic plus dense que prévu ? Si nous l'avions su avant, cette route aurait été évitée. De même, comment faire si une machine est retardée dans l'accomplissement d'une tâche ? Le retard ne pourra pas être rattrapé.

Ainsi, mieux que de proposer une solution optimale à un problème donné, si tant est qu'il soit possible de la calculer dans un temps raisonnable, il conviendrait de trouver une solution qui soit bonne, à une faible distance de la solution optimale, et qui reste bonne même si le contexte du problème change : une route a un trafic plus dense, la durée d'une tâche est plus longue que prévu.

Aujourd'hui, étant donné l'omniprésence des problèmes d'optimisation, il devient indispensable de prendre en compte le caractère incertain des données qui paramètrent le problème étudié. On parle alors d'optimisation robuste. Le but de cette thèse est d'identifier, en fonction des problèmes d'optimisation et de la nature des données à prendre en compte, la manière de rendre robuste une solution.

Optimisation robuste et objectif de thèse

L'optimisation robuste est une approche extrêmement naturelle avec la prise en compte de l'incertitude dans les paramètres du problème étudié. Cette approche consiste à considérer une famille de solutions plutôt qu'une seule, chacune correspondant à des valeurs probables des paramètres. Cette famille de solutions peut provenir de la considération d'une ellipse de confiance autour des données d'entrée du problème initial. Un autre point de vue consiste à considérer que les données sont des variables aléatoires (de lois a priori connues) et que la solution est par ce fait également une variable aléatoire, de distribution inconnue. Le problème d'optimisation robuste qui en résulte est alors de type « minimax », ou « pire cas ». Cette approche a été vigoureusement développée par de nombreux auteurs de très haut niveau scientifique, initiée par Nemirovsky, Ben Tal, El Ghaoui, etc [1]. Des contributions dans le domaine concernent des résultats rigoureux de complexité où un programme linéaire devient sous forme robuste un SDP (*semi-definite program*), les SDP étant résolubles en temps polynômial.

Récemment, l'attention s'est progressivement tournée vers une approche plus probabiliste fondée sur l'intuition que l'approche « pire cas » n'était pas en général la plus pertinente. Il est maintenant possible de résoudre des problèmes sous la contrainte que la probabilité de ne pas satisfaire les contraintes est faible. Des travaux remarquables ont été faits en ce sens par Bertsimas, Caramanis [2, 3] et également par Van Aekooij et Malick [6]. Cette approche est plus délicate d'un point de vue théorique et algorithmique que l'approche « pire cas » mais est extrêmement prometteuse.

Une approche particulièrement plus flexible que celles décrites plus haut consiste à considérer la minimisation de l'espérance du coût (à définir de manière précise, tenant compte de l'aléa) plutôt que la minimisation du pire coût. Cela est fait par des algorithmes stochastiques ne requérant que la simulation des paramètres suivant la loi de probabilité que nous soupçonnons de gouverner les fluctuations du problème. Ces algorithmes sont souvent regroupés sous l'étiquette d'« approximation stochastique » et ont eux aussi une longue histoire [4]. Une approche très intéressante dans le même esprit a été proposée par Nesterov et Vial [5]. Elle est particulièrement intéressante pour nos objectifs. La méthode introduite dans [5] consiste en un mélange de simulations et d'optimisations qui permet d'obtenir un contrôle de la probabilité que la valeur du coût encouru par la solution de notre problème dépasse pas un certain niveau au dessus de son espérance.

L'objectif de la thèse est de proposer une extension de l'approche développée dans [5] qui soit adaptée à la problématique d'optimisation étudiée et à la distribution des données, par exemple une distribution gaussienne ou uniforme, ou plus généralement appartenant à une famille paramétrée de distributions. Ainsi, une cartographie des approches robustes sera développée en fonction des problèmes et des données, chacune avec le niveau de robustesse attendu. Une mise en œuvre des approches proposées dans la thèse sera faite pour des cas d'application réels, de nature industrielle, médicale, etc.

Profil du candidat et compétences attendues

Des compétences réelles en mathématiques et des bases solides dans le domaine des probabilités et statistique, de l'optimisation sont demandées au candidats. Un niveau avancé en informatique en lien avec la programmation est également requis pour la mise en œuvre de toutes les phases expérimentales de la thèse (Python, Matlab, Scilab, . . . , dans un environnement Linux). L'ambition du projet demande également une vraie motivation de la part du candidat ainsi qu'une certaine autonomie. Un excellent niveau d'anglais est exigé. Par exemple, un profil ingénieur math/info, master mathématiques appliquées ou informatique avec une composante théorique serait tout indiqué pour ce sujet.

Candidature, lieu et date de début de la thèse

La thèse se déroule dans l'équipe PHM du département AS2M de l'institut FEMTO-ST, situé dans les locaux de l'ENSMM. L'encadrement est partagé avec le Laboratoire de Mathématiques de Besançon (LMB) situé sur le même campus. Le début de la thèse est fixé au 1er octobre 2018.

L'acte de candidature doit être envoyé aux directeurs cités sur la première page, accompagné des pièces suivantes avant le **6 juin 2018** :

- un CV détaillé (avec vos coordonnées complètes : adresse postale, électronique, téléphone)
- une lettre de motivation pour la recherche
- les relevés de notes
- des lettre(s) de recommandation ou des noms de personnes référentes.

Références

- [1] Aharon Ben-Tal and Arkadi Nemirovski. Robust optimization—methodology and applications. *Mathematical Programming*, 92(3) :453–480, 2002.
- [2] Dimitris Bertsimas, David B Brown, and Constantine Caramanis. Theory and applications of robust optimization. *SIAM review*, 53(3) :464–501, 2011.
- [3] Giuseppe Carlo Calafiore and Laurent El Ghaoui. On distributionally robust chance-constrained linear programs. *Journal of Optimization Theory and Applications*, 130(1) :1–22, 2006.
- [4] Harold Joseph Kushner and Dean S Clark. *Stochastic approximation methods for constrained and unconstrained systems*, volume 26. Springer Science & Business Media, 2012.
- [5] Yu Nesterov and J-Ph Vial. Confidence level solutions for stochastic programming. *Automatica*, 44(6) :1559–1568, 2008.
- [6] Wim Van Ackooij and Jérôme Malick. Second-order differentiability of probability functions. *Optimization Letters*, 11(1) :179–194, 2017.