

## HDR Defense Announcement

Nov. 24, 2011, Amphi C, UFR Sciences et Techniques, Besançon

ANALYSIS OF NONLINEAR PDES OF HYPERBOLIC AND DEGENERATE PARABOLIC TYPE,  
NUMERICAL APPROXIMATION BY FINITE VOLUME METHODS, AND APPLICATIONS

Boris Andreianov,  
Laboratoire de Mathématiques de Besançon (CNRS UMR 6623)

The research works that I conducted since the beginning of my PhD were concerned with several tightly related topics, unified mainly by the common analysis tools used to approach the problems. All of them were devoted to “solving” partial differential equations. Most of these equations are nonlinear evolution equations governed by differential operators that are accretive in  $L^1$ . This includes various reaction-convection-diffusion problems such as scalar conservation laws, porous medium or fast diffusion problems, Leray-Lions kind problems, fractional (nonlocal) diffusions, and mixed problems including a sum of different operators. Many of the problems I considered should be seen as singular limits of more regular parabolic problems. I also analyzed some systems of reaction-diffusion equations and some hyperbolic systems of conservation laws. My main activity is the study of relevancy of different solution concepts; it usually leads to results on existence, uniqueness and structural stability of the appropriately defined solutions to these problems. While the methods of analysis “inside the domain” were often already well established, in a number of works I treated the questions of taking into account boundary conditions, interface coupling, or the behaviour of solutions at infinity. Most of the problems under study are of rather academic character, though strongly motivated by applications from fluid mechanics, hydrogeology and petroleum engineering, traffic modelling, population dynamics, electrocardiology, etc. For some of these problems, I participated to the development of finite volume discretization techniques and the related “discrete functional analysis” tools, with a focus on approximation of nonlinear or anisotropic diffusion operators and on interface coupling of finite volume schemes for conservation laws. These techniques permitted to prove convergence of finite volume schemes designed for several academic and applied problems.

The HDR manuscript, the publications and conferences that constitute the basis of the HDR thesis can be found at <http://lmb.univ-fcomte.fr/Boris-Andreianov>

## Annnonce de soutenance d'HDR

24 Nov. 2011, Amphi C, UFR Sciences et Techniques, Besançon

ANALYSE DES EDP NON LINÉAIRES DE TYPE HYPERBOLIQUE ET PARABOLIQUE  
DÉGÉNÉRÉ, APPROXIMATION NUMÉRIQUE PAR VOLUMES FINIS, ET APPLICATIONS

Boris Andreianov

Laboratoire de Mathématiques de Besançon (CNRS UMR 6623)

Les travaux de recherche que j'ai menés depuis le début de ma thèse ont été dédiés à une série de questions proches les unes des autres, essentiellement reliées par des outils d'analyse mathématique communs utilisés dans l'approche des problèmes, et visant toutes la "résolution" d'équations aux dérivées partielles. La plupart de celles-ci sont des équations d'évolution non linéaires gouvernées par des opérateurs différentiels accréatifs dans  $L^1$ . Ceci concerne en particulier des équations de réaction-convection-diffusion tels que les lois de conservation, les équations de milieux poreux et de diffusion rapide, les problèmes du type Leray-Lions, les problèmes de diffusions fractionnaires (c'est-à-dire non locales), ainsi que des problèmes mixtes faisant intervenir une somme de différents opérateurs. Plusieurs de ces problèmes doivent être vus comme les limites singulières de problèmes paraboliques plus réguliers. J'ai également analysé certains systèmes de réaction-diffusion et de lois de conservation hyperboliques. Mon activité principale est d'étudier la pertinence de différentes notions de solution ; les résultats obtenus peuvent alors conduire à l'établissement de l'existence, de l'unicité et de la stabilité structurelle des solutions définies d'une façon bien adaptée au problème. Alors que les méthodes d'analyse "à l'intérieur du domaine" étaient la plupart du temps déjà bien établies, je me suis intéressé dans une série de travaux à la prise en compte des conditions aux limites, du couplage à travers une interface, ou encore du comportement des solutions à l'infini. Les problèmes que j'ai étudiés, bien que souvent de caractère académique, ont toutefois été, à l'origine, fortement motivés par des applications provenant des domaines de la mécanique des fluides, de l'hydrogéologie et de l'ingénierie pétrolière, de la modélisation du trafic routier, de la dynamique des populations, de l'électrocardiologie, etc. Pour certains de ces problèmes, j'ai participé au développement de techniques de discrétisation par les volumes finis et d'outils d'"analyse fonctionnelle discrète" associés, en mettant l'accent sur l'approximation d'opérateurs de diffusion non linéaires et anisotropes, et sur le couplage par une interface de schémas de volumes finis pour les lois de conservation. Ces techniques ont permis de démontrer la convergence des schémas de volumes finis pour divers problèmes académiques et appliqués.

Le manuscrit présentant l'HDR ainsi que les publications et les conférences qui constituent la base de cette HDR peuvent être consultés à l'adresse suivante :

<http://lmb.univ-fcomte.fr/Boris-Andreianov>