Analyse appliquée, TP 2

Exercice 1

Soient $x_0, x_1, ..., x_n$ des points distincts sur $\mathbb{R}$. On rappelle la définition de polynômes de Lagrange

$$L_i(\xi) = \frac{\Pi_{j\in[[0,n]], j\neq i}(\xi - x_j)}{\Pi_{j\in[[0,n]], j\neq i}(x_i - x_j)}$$

1. Ecrire une fonction scilab qui récoit le vectuer x contenant les points $x_0, x_1, ..., x_n$, un numéro i, un nombre réel xi (c'est-à-dire ξ) et calcule $L_i(\xi)$. Dans l'esprit du scilab, votre fonction doit accepter aussi des vecteurs comme parametre xi: si xi $= (\xi_1, ..., \xi_N)$ la fonction doit calculer le vecteur $(L_i(\xi_1), ..., L_i(\xi_N))$.

2. Ecrire une fonction scilab qui récoit le vectuer x contenant les points $x_0, x_1, ..., x_n$, une fonction f, un vecteur xi (qui contient $\xi_1, ..., \xi_N$) et calcule le polunôme interpolant

$$p_n(\xi) = \sum_{i=0}^{n} f(x_i) L_i(\xi)$$

dans tous les points ξ_k.

3. Soient $x_0, x_1, ..., x_n$ les points rqui-distribués sur l'intervalle $[-1, 1]$. Dessiner le graphe de la fonction $f(x) = \frac{1}{1+25x^2}$ sur l'intervalle $[-1, 1]$ et les polynômes interpolants cette fonctions sur les points $x_0, x_1, ..., x_n$ pour plusieurs valeurs de n. Qu'est-ce qu'on observe quand n devient grand ?

4. Refaites l'exercice du point 3 en utilisant les points de Tchebychev

$$x_i = \cos\frac{\pi i}{n}, \quad i = 0, ..., n$$

Exercice 2

Soient $x_0, x_1, ..., x_n$ des points distincts sur $\mathbb{R}$. On introduits les polynômes de base de Newton

$$N_i(\xi) = (\xi - x_0)(\xi - x_1)\cdots(\xi - x_{i-1})$$

avec $N_0(\xi) = 1$

1. Ecrire une fonction scilab qui récoit le vectuer $a = (a_0, ..., a_n)$, un nombre réel xi (c'est-à-dire ξ) et calcule

$$p_n(\xi) = \sum_{i=0}^{n} a_i N_i(\xi)$$

   Votre fonction doit accepter aussi des vecteurs comme parametre xi.

2. Ecrire une fonction scilab qui récoit le vectuer x contenant les points $x_0, x_1, ..., x_n$, une fonction f, et calcule les coefficient du polunôme interpolant p_n dans la base de Newton (méthode de différence divisées).

3. Combiner les fonctions de points 1 et 2 pour plotter le polynôme interpolant d'une fonction donnée en passant par méthode de différence divisées. Vérifier qu'on obtinet les mêmes résultats qu'avec la méthode de l'exercice 1.