

Étude d'une suite définie par récurrence.

1. L'exercice proposé au candidat.**Le partage du Roi.**

Un roi décide de distribuer à ses ministres une certaine quantité de pièces d'or. En toute équité, il répartit ainsi les pièces : au premier des ministres, il donne 5 pièces d'or ; au second ministre, le double du premier moins 2 pièces ; et ainsi de suite. Au $n^{\text{ième}}$ ministre, le double du $(n - 1)^{\text{ième}}$ ministre moins n pièces.

Le $n^{\text{ième}}$ ministre, avide, désire sa part sans attendre son tour.

Peut-on exprimer le nombre de pièces d'or à donner au $n^{\text{ième}}$ ministre, en fonction de son rang ?

Quelle est sa part, si $n = 10$?

- 1° Soit a_n le nombre de pièces d'or reçues par le $n^{\text{ième}}$ ministre. Vérifier que $a_1 = 5$ et $a_n = 2a_{n-1} - n$ (si $n \geq 2$).
- 2° On pose $v_n = a_n - n - 2$. Montrer que la suite (v_n) est géométrique.
- 3° Conclure.

2. Travail demandé au candidat.

En aucun cas, le candidat ne doit rédiger sur sa fiche sa solution de l'exercice. Celle-ci pourra néanmoins lui être demandée partiellement ou en totalité lors de l'entretien avec le jury.

Après avoir résolu et analysé cet exercice, le candidat résumera son analyse sur la fiche tout en répondant aux questions suivantes :

- 1° À quel niveau et dans quel cadre est-il envisageable de poser cet exercice ?
- 2° Quels sont les outils indispensables à la résolution de cet exercice ?
- 3° Dans le texte présentant l'exercice, la locution «et ainsi de suite» n'est pas claire (mais elle est heureusement précisée par la phrase suivante. Comment serait-il logique de comprendre l'exercice si on supprimait la phrase «Au $n^{\text{ième}}$ ministre, le double du $(n - 1)^{\text{ième}}$ ministre moins n pièces.» et toutes les questions 1°, 2° et 3° ? Proposez des questions permettant de résoudre l'exercice pour cette règle de partage.
- 4° Proposez d'autres exercices d'études de suites définies par récurrence.