

Exemple de problème d'optimisation.

1. L'exercice proposé au candidat.

Un touriste souhaite prendre en photo une statue monumentale de quinze mètres de haut, posée sur un socle de treize mètres de haut. Il cherche à se placer en face de la statue, et à un endroit d'où il verra la statue elle-même sous l'angle le plus grand possible. On considérera que le sol est plat et que l'œil du touriste doit se placer sur une demi-droite Δ située à 1,50m du sol, devant la statue.

- 1° Soit α un angle fixé, $\alpha \in]0, \pi[$. Sans tenir compte de l'obligation physique d'avoir les pieds sur le sol, montrer que l'ensemble \mathcal{C}_α des points du demi-plan en face de la statue d'où on la voit sous cet angle α est un arc de cercle passant par deux points particuliers de la statue. Donner une relation entre le rayon r_α de \mathcal{C}_α et l'angle α .
- 2° On suppose que α est tel que \mathcal{C}_α rencontre la demi-droite Δ en deux points distincts. À quoi correspondent ces deux points? Expliquer pourquoi cette valeur de α n'est pas la meilleure possible.
- 3° Montrer que la meilleure valeur de α est atteinte lorsque l'arc de cercle \mathcal{C}_α rencontre Δ en un seul point. Soit α_0 la valeur de α correspondant à cette situation. Calculer r_{α_0} et en déduire l'endroit où le touriste doit se placer pour voir la statue sous l'angle le plus grand possible.

2. Travail demandé au candidat.

En aucun cas, le candidat ne doit rédiger sur sa fiche sa solution de l'exercice. Celle-ci pourra néanmoins lui être demandée partiellement ou en totalité lors de l'entretien avec le jury.

Après avoir résolu et analysé cet exercice, le candidat résumera son analyse sur la fiche tout en répondant aux questions suivantes :

- 1° À quel niveau et dans quel cadre est-il envisageable de poser cet exercice?
- 2° Quels sont les outils indispensables à la résolution de cet exercice?
- 3° Proposer sur la calculatrice ou sur un transparent une figure permettant de bien expliquer la résolution géométrique de cet exercice.
- 4° Proposez un exercice permettant de résoudre le même problème pratique basé sur une méthode d'optimisation faisant appel à l'analyse (étude d'une fonction, recherche de ses extrema).
- 5° Proposer un autre exercice d'optimisation.