

Étude d'une suite.

1. L'exercice proposé au candidat.

On considère la suite de terme général : $u_n = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{n} - \ln n$.

1° Montrer que $u_{n+1} - u_n = \frac{1}{n+1} - \int_n^{n+1} \frac{dt}{t}$.

2° En déduire que $(u_n)_{n \geq 1}$ est monotone.

3° Montrer que (u_n) est convergente. Soit γ sa limite.

4° Donner une interprétation graphique de γ utilisant la fonction $x \mapsto \frac{1}{x}$.

2. Travail demandé au candidat.

En aucun cas, le candidat ne doit rédiger sur sa fiche sa solution de l'exercice. Celle-ci pourra néanmoins lui être demandée partiellement ou en totalité lors de l'entretien avec le jury.

Après avoir résolu et analysé cet exercice, le candidat résumera son analyse sur la fiche tout en répondant aux questions suivantes :

1° Dans quel cadre et à quel niveau est-il envisageable de poser cet exercice ?

2° Proposer une utilisation de la calculatrice permettant le calcul des termes de la suite (u_n) .

3° Proposez un ou plusieurs autres exercices d'étude d'une suite en liaison avec des calculs d'intégrales.