

Étude d'une configuration à l'aide de différentes méthodes.

1. L'exercice proposé au candidat.

Soient OAA' , OBB' et OCC' trois triangles équilatéraux directs. On veut montrer que les points U , V et W , respectivement milieux de $[A'B]$, $[B'C]$ et $[C'A]$ sont les sommets d'un triangle équilatéral direct.

1° Faire une figure.

2° Soient I , J et K les points du plan tels que $A'OBI$, $B'OCJ$ et $C'OAK$ sont des parallélogrammes.

a) Placer les points I , J et K sur la figure.

b) Par quelle transformation géométrique passe-t-on des points I , J et K aux points U , V et W ?

c) En déduire qu'il revient au même d'établir que UVW est un triangle équilatéral de sens direct ou que IJK est un triangle équilatéral de sens direct.

3° Montrer que $B'AI$ est un triangle équilatéral de sens direct.

4° Soit f la transformation composée par $f = t \circ r \circ t'$ où t est la translation de vecteur \overrightarrow{OA} , r est la rotation de centre O et d'angle $\frac{\pi}{3}$, et t' est la translation de vecteur $\overrightarrow{B'O}$.

a) Préciser la nature de f et les images par f de B' et de J .

b) Déduire de la question 3° que f est la rotation de centre I et d'angle $\frac{\pi}{3}$.

c) Conclure.

2. Travail demandé au candidat.

En aucun cas, le candidat ne doit rédiger sur sa fiche sa solution de l'exercice. Celle-ci pourra néanmoins lui être demandée partiellement ou en totalité lors de l'entretien avec le jury.

Après avoir résolu et analysé cet exercice, le candidat résumera son analyse sur la fiche tout en répondant aux questions suivantes :

1° Préciser le ou les niveaux au(x)quel(s) on peut poser ce problème.

2° Quels sont les outils essentiels utilisés ici ?

3° La question 3° n'est pas détaillée, car l'exercice proposé suit, dans le manuel d'où il est tiré, un exercice dont le but est d'établir uniquement, dans une configuration analogue, mais simplifiée (sans le triangle OCC' , ni les points U, V, W), et avec des notations différentes, que l'équivalent du triangle $B'AI$ est équilatéral. Proposer un tel exercice, qui détaille une méthode pour obtenir ce résultat.

4° Réaliser sur l'écran de la calculatrice la figure de l'exercice, et illustrer la permanence du résultat en faisant varier les points A, B, C .

5° Proposer un exercice permettant une autre démonstration du résultat de l'exercice proposé.