

Étude d'une configuration à l'aide de différentes méthodes.

1. L'exercice proposé au candidat.

On considère un triangle ABC direct. On construit à l'extérieur de ce triangle trois triangles équilatéraux BCA' , ACB' et ABC' . Le but de l'exercice est de montrer que les segments $[AA']$, $[BB']$ et $[CC']$ ont la même longueur et font entre eux des angles de 60° .

On suppose que le plan est rapporté à un repère orthonormé direct (O, \vec{u}, \vec{v}) , et pour chaque point X , on désignera son affixe par la même lettre x en minuscule. Ainsi, A a pour affixe a , etc...

1° En utilisant une rotation de centre A , déterminer l'affixe b' de B' . Déterminer également les affixes des points A' et C' .

2° Calculer $\frac{b' - b}{a' - a}$.

3° Conclure.

2. Travail demandé au candidat.

En aucun cas, le candidat ne doit rédiger sur sa fiche sa solution de l'exercice. Celle-ci pourra néanmoins lui être demandée partiellement ou en totalité lors de l'entretien avec le jury.

Après avoir résolu et analysé cet exercice, le candidat résumera son analyse sur la fiche tout en répondant aux questions suivantes :

1. Préciser le ou les niveaux au(x)quel(s) on peut poser ce problème.
2. Quels sont les outils essentiels utilisés ici ?
3. Est-ce que l'hypothèse que le triangle ABC est direct est importante ?
4. Réaliser sur l'écran de la calculatrice la figure de l'exercice, et illustrer la permanence du résultat en faisant varier le triangle ABC .
5. Pouvez-vous conjecturer un autre résultat concernant les segments $[AA']$, $[BB']$ et $[CC']$? Pouvez-vous en donner une démonstration, sous la forme d'un exercice accessible à des élèves de Terminale S (Spécialité mathématiques).
6. Proposer au moins deux autres exercices permettant d'obtenir des résultats remarquables concernant cette configuration.