

Sections planes de surfaces.

1. L'exercice proposé au candidat.

Un parabolöide hyperbolique.

1° **Travail préparatoire** : deux équations pour l'hyperbole équilatère.

a) Étudier la fonction $x \mapsto \sqrt{x^2 + 1}$: préciser son domaine, ses limites, ses asymptotes, et tracer son graphe.

b) Tracer le lieu H des points (x, y) tels que $y^2 - x^2 = 1$.

2° **Surface d'équation** $z = x^2 - y^2$.

a) Tracer l'intersection de cette surface par le plan horizontal $z = a$, pour $a = 0$, $a = 1$, $a = -1$.

b) Quelle est l'intersection de la surface avec le plan vertical $y = a$? Étudier succinctement la courbe obtenue, et donner la hauteur du minimum .

Quel est le maximum de m_a , pour a variant dans \mathbb{R} ?

Faire la même étude, *mutatis mutandis*, pour le plan $x = a$.

c) Cette surface contient-elle des droites?

d) Étudier l'intersection de la surface avec le plan $x - y = a$ puis avec le plan $x + y = a$, et revenir sur la question c).

2. Travail demandé au candidat.

En aucun cas, le candidat ne doit rédiger sur sa fiche sa solution de l'exercice. Celle-ci pourra néanmoins lui être demandée partiellement ou en totalité lors de l'entretien avec le jury.

Après avoir résolu et analysé cet exercice, le candidat résumera son analyse sur la fiche tout en répondant aux questions suivantes :

1. Préciser le ou les niveaux au(x)quel(s) on peut poser ce problème.
2. Sans même parler de la locution latine en italique, il y a un vrai problème dans la question 2° b), qui est à peu près incompréhensible, suite à au minimum une faute de frappe. Retrouver ce que l'auteur de cet exercice voulait dire et proposer une rédaction acceptable de cette question.
3. Cet énoncé, tiré des documents d'accompagnement des programmes, n'est pas destiné à être posé tel quel aux élèves, mais est plutôt destiné au professeur. Proposer une réécriture complète de cet énoncé, tel que vous le proposeriez aux élèves, en précisant le type de séance dans lequel vous envisageriez de le poser.
4. Quels sont les outils mis en œuvre pour la résolution de cet exercice?
5. Déterminer toutes les droites qui sont incluses dans la surface.
6. Proposer une représentation graphique tridimensionnelle de la surface étudiée dans cet exercice.
7. Proposer d'autres exercices sur le même thème (sections planes de surfaces).