Calcul d'intégrales par des méthodes variées.

**1. L'exercice proposé au candidat.**

**1°** Soit $f$ la fonction numérique de variable réelle définie pour $x \neq 1$ par :

$$f(x) = \frac{x^3 - 3x^2 + x}{1 - x}.$$

**a)** Déterminez $a$, $b$, $c$, $d$ réels tels que l'on ait, pour tout $x \neq 1$ :

$$f(x) = ax^2 + bx + c + \frac{d}{1 - x}.$$

**b)** Calculez : $\mathrm{I} = \displaystyle\int_0^{\frac{1}{2}} f(x)\,\mathrm{d}x.$

**2°** Calculez à l'aide d'une intégration par parties :

$$\mathrm{I} = \int_0^{\frac{1}{2}} (3x^2 - 6x + 1)\ \ln(1 - x)\,\mathrm{d}x.$$

**2. Travail demandé au candidat.**

En aucun cas, le candidat ne doit rédiger sur sa fiche sa solution de l'exercice. Celle-ci pourra néanmoins lui être demandée partiellement ou en totalité lors de l'entretien avec le jury.

Après avoir résolu et analysé cet exercice, le candidat résumera son analyse sur la fiche puis répondra aux questions suivantes :

1. Comment s'appelle la technique mise en œuvre dans le 1° de cet exercice pour pouvoir calculer l'intégrale I ? Dans quelles classes cette technique est-elle enseignée ?

2. Quelle difficulté supplémentaire cet exercice introduit-il en plus des problèmes d'intégration ? Proposer un exercice dont le but serait de faire acquérir les mêmes techniques d'intégration, mais qui n'aurait pas cette difficulté parasite ?

3. Existe-t-il une primitive de la fonction $f$ du 1° qui soit définie sur la totalité de l'ensemble de définition de $f$ ? Serait-il pertinent de chercher un telle primitive ?

4. Proposer un autre exercice pour illustrer la méthode d'intégration par parties, puis quelques autres exercices illustrant différentes méthodes de calcul d'intégrales.