

Exemple de problème conduisant à l'étude de suites arithmétiques ou géométriques.

1. L'exercice proposé au candidat.

Avant de se lancer dans l'achat d'un matériel coûteux (une machine ou un lot de machines), il est normal qu'un directeur d'entreprise se livre à une étude plus ou moins approfondie de rentabilité de ce matériel. Il devra donc comparer le prix à payer P pour avoir ce matériel aux profits attendus, si tant est qu'il puisse les évaluer avec précision (ce que nous supposons ici pour simplifier).

Supposons encore, pour simplifier, que le profit annuel envisagé grâce à ce matériel, soit constant et soit égal à B .

Évidemment, ces bénéfices seront réalisés dans l'avenir.

Notons b_n la valeur actuelle dont on devrait disposer au moment de l'achat pour que placée au taux de $a\%$, elle soit égale n années plus tard, à B .

1° a) Montrez que $b_n = \frac{B}{(1+a)^n}$.

b) Vérifiez que (b_n) est une suite géométrique et précisez sa raison.

c) Calculez $b_1 + b_2 + \dots + b_n$. Quelle valeur actuelle représente $b_1 + b_2 + \dots + b_n$?

2° Plaçons-nous dans l'hypothèse où $B = 12000F$ et $a = 12\%$. Le directeur d'entreprise compare le prix d'achat de l'équipement et les profits qu'il en tirera.

a) Montrez que la valeur actuelle de la somme des profits réalisés pendant les 10 premières années est

$$v_1 = 100\,000 \left[1 - \left(\frac{100}{112} \right)^{10} \right].$$

b) À quel prix cet industriel peut-il accepter d'acheter l'équipement neuf s'il veut que celui-ci soit amorti en 10 ans ?

c) Notons v_2 la valeur actuelle de la totalité des profits réalisés en 20 ans, et de façon générale v_n la valeur actuelle de la totalité des profits réalisés en $10n$ années.

Montrez que: $100\,000 - v_n = 100\,000 \left(\frac{100}{112} \right)^{10n}$.

Déduisez-en la limite de la suite (v_n) .

d) En supposant que l'équipement neuf fonctionne éternellement(!), quel est le prix maximal que l'industriel peut accepter de le payer à l'achat ?

Exercice tiré d'un manuel de Terminale CE édité en 1987.

2. Travail demandé au candidat.

En aucun cas, le candidat ne doit rédiger sur sa fiche sa solution de l'exercice. Celle-ci pourra néanmoins lui être demandée partiellement ou en totalité lors de l'entretien avec le jury.

1. Après avoir résolu l'exercice:

1. Dégager l'idée clef sur laquelle repose la méthode utilisée dans cet exercice.

2. Cet exercice date un peu. Comment peut-on modifier ses données pour que ce qui est décrit corresponde un peu plus aux conditions actuelles ?
3. Quelles précautions prendre pour ne pas introduire de difficultés supplémentaires par rapport à cet énoncé ?
4. Si au contraire on souhaite que les élèves utilisent au mieux les outils modernes dont ils disposent aujourd'hui, quelles questions pourrait-on poser dont la résolution les amènerait à créer un programme sur une calculatrice ou un tableur ?
5. Proposer quelques autres situations issues de domaines variés dont la résolution amène, dans le cadre des programmes actuels, à l'étude de suites arithmétiques ou géométriques.