

ÉCOLE D'HIVER D'INITIATION À LA RECHERCHE DU LABORATOIRE DE MATHÉMATIQUES DE BESANÇON

LE BARBOUX – 2017

Cécile Armana – Sommes de Gauss et loi de réciprocité quadratique

La loi de réciprocité quadratique relie, pour deux nombres premiers impairs p et q , les propriétés que p soit un carré modulo q et que q soit un carré modulo p . On discutera quelques applications de cette loi et on en donnera une démonstration basée sur les sommes de Gauss. On verra ensuite comment utiliser ces sommes pour estimer le nombre de solutions d'une équation polynomiale sur un corps fini.

Jean-Robert Belliard – Le monde p -adique : de la découverte par Hensel au balbutiement de l'analyse p -adique

Je présenterai d'abord diverses constructions de l'ensemble des nombres p -adiques. J'essaierai de varier les points de vue entre analyse, algèbre et topologie et d'aller jusqu'au début de l'analyse p -adique. Si le temps le permet, je mentionnerai aussi quelques unes des remarquables applications en arithmétique sur lesquelles ont débouché ces notions.

Carlotta Donadello – Équations différentielles du premier ordre : analyse locale par la méthode des caractéristiques. Exemples et applications.

Dans cette séance nous allons évoquer les grandes lignes de la méthode des caractéristiques et donner un certain nombre d'exemples. En particulier, nous allons aborder le cas des équations quasi-linéaires, où on peut observer la formation de singularités en temps fini dans la solution, même à partir de données de départ très régulières. La partie finale de l'intervention sera dédiée à la présentation de modèles macroscopiques pour le trafic routier.

Uwe Franz – Le théorème de Stone et von Neumann

Je vais introduire le groupe de Heisenberg-Weyl et démontrer le théorème de Stone et von Neumann qui classe ses représentations unitaires. Je vais aussi parler du rôle de ce théorème dans la démonstration de l'équivalence de la mécanique matricielle de Heisenberg et de la mécanique ondulatoire de Schrödinger.

Aurélien Galateau – Géométrie euclidienne en basse dimension

On donnera quelques compléments sur la structure des groupes orthogonaux en dimensions 2 et 3 (questions de simplicité, forme des sous-groupes finis) ; ceci permettra de mettre en évidence les groupes de transformations des polygones et des polyèdres réguliers.

Christian Le Merdy – Inégalités de Khintchine

Ces inégalités mesurent la norme dans L^p d'une combinaison linéaire de variables aléatoires de Bernoulli indépendantes. Le but de l'exposé est d'établir ces inégalités puis d'en donner des applications en analyse et en probabilités.

Alexandre Nou – Convergence L^p des séries de Fourier

Le but premier de cet exposé est d'établir (pour $1 \leq p < \infty$) la convergence L^p des séries de Fourier de fonctions mesurables 2π -périodiques. Nous obtiendrons ce résultat comme conséquence de la bornitude de la transformée de Hilbert sur l'espace L^p du tore (théorème de Marcel Riesz). Une reformulation du résultat principal est que le système trigonométrique $(e^{inx})_{n \in \mathbb{Z}}$ est une base de Schauder de l'espace L^p du tore. Si le temps le permet, nous étudierons l'inconditionnalité de cette base de Schauder. L'exposé mettra en valeur l'utilisation de certains outils classiques de l'analyse : interpolation, dualité, utilisation des probabilités, etc.

Antonin Procházka – Théorème de Ramsey

Saviez-vous que, dans un groupe de 6 personnes, il y en a soit au moins 3 qui se connaissent toutes entre elles, soit au moins 3 qui ne se connaissent pas du tout ? C'est un cas très particulier du théorème de Ramsey, qui dit plus généralement que, pour une structure suffisamment large, il existe une sous-structure très régulière et toujours relativement large. Dans l'exposé nous allons annoncer et prouver le théorème mathématique précis qui se cache derrière cette assertion vague. Nous allons discuter des applications surprenantes de ce principe en analyse, géométrie et arithmétique.