# Équations de Stokes et de Navier-Stokes avec des conditions aux limites de Navier

On s'intéresse à l'étude théorique des équations de Stokes et de Navier-Stokes suivantes :

$$\partial_t \boldsymbol{u} - \Delta\, \boldsymbol{u} + \nabla \pi = \boldsymbol{f} \quad \text{et} \quad \operatorname{div} \boldsymbol{u} = 0 \quad \text{dans } \Omega \tag{0.1}$$

et

$$-\Delta\, \boldsymbol{u} + \boldsymbol{u} \cdot \nabla \boldsymbol{u} + \nabla \pi = \boldsymbol{f} \quad \text{et} \quad \operatorname{div} \boldsymbol{u} = 0 \quad \text{dans } \Omega, \tag{0.2}$$

où $\Omega$ est un ouvert borné de classe $C^{2,1}$ de $\mathbb{R}^3$. Pour étudier ces problèmes, il faut ajouter des conditions aux limites réalistes. La plupart des travaux à ce jour considèrent des conditions de type Dirichlet. Néamoins, dans les applications, il est possible de se trouver face à des problèmes où il est nécessaire de faire intervenir d'autres conditions aux limites. Nous considérons ici les conditions :

$$\boldsymbol{u} \cdot \boldsymbol{n} = 0 \quad \text{and} \quad 2\,[\mathbf{D}(\boldsymbol{u})\boldsymbol{n}]_{\boldsymbol{\tau}} + \alpha \boldsymbol{u}_{\boldsymbol{\tau}} = \boldsymbol{h}, \tag{0.3}$$

où $\alpha$ est un coefficient de friction et $\mathbf{D}(\boldsymbol{u})$ le tenseur des déformations est défini par :

$$\big(\mathbf{D}(\boldsymbol{u})\big)_{i,j} = \frac{1}{2}\Big(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i}\Big).$$

La condition (0.3) est une condition de glissement avec friction à la paroi ou bien condition de type Navier (proposée par Navier en 1827 [1]).

Le but de cet exposé est la résolution des systèmes (0.1) et (0.2) avec la condition au bord (0.3). Pour chaque problème nous étudions des résultats d'existence, d'unicité et de régularité de la solution.

## References


[1] C.L.M.H. NAVIER. Sur les lois d'équilibre et du mouvement des corps élastiques. *Mém. Acad. Sci.* **7**, 375–394, 1827.

[2] C. Amrouche et A. Rejaiba. $L^p$-Theory for Stokes and Navier-Stokes equations with Navier boundary condition. Accépté, à paraître dans la revue : Journal of Differential Equations (JDE).