Huitième Journée des jeunes chercheurs et des jeunes chercheuses en Mathématiques de l'UBFC.

Amphithéâtre Croisot, le 7 avril 2023.

9h-9h30 : **Une introduction aux opérateurs de transformation.** - Valentin Arrigoni (LMB)

9h30-10h : **Marches aléatoires maximales entropiques sur des graphes et limites d'échelles.** - Thibaut Duboux (IMB)

10h00-10h30 : ______ Pause café

10h30-11h : **Exposé carrière** - Benjamin Bobbia

11h-11h30 : **Espaces universels en analyse fonctionnelle.** - Estelle Basset (LMB)

11h30-12h : **L'équation fonctionnelle de la fonction Zêta de Riemann.** - Serena Pedon (LMB)

12h-12h30 : **Exposé carrière** - Marie Kersalé

12h30-14h : ______ Buffet (Salle 316 du laboratoire de mathématiques).

14h00-14h30 : **Generalized symmetries in quantum field theory.** - Johann Quenta Raygada (IMB)

14h30-15h : **Reconstruction rétrograde de systèmes de lois de conservation.** - Florian Peru (LMB)

15h-15h30 : ______ Pause café

15h30-16h : **Théorie ergodique des systèmes dynamiques holomorphes** - Arnaud Nerriere (IMB)

Une introduction aux opérateurs de transformation.

Valentin Arrigoni

Les opérateurs de transformation sont les analogues des matrices de changement de base pour les applications linéaires dans le cadre de la dimension finie : à l'instar de celle-ci, permettant d'étudier les applications linéaires dans des bases plus simples (matrices triangulaires, diagonales,...), les opérateurs de transformation permettent de passer de l'étude d'un opérateur donné à celle d'un autre opérateur, dont l'analyse est plus simple. Durant cet exposé, je vais présenter une approche afin de construire de tels opérateurs, et également quelques résultats dans le cas concret ou l'on s'intéresse au problème de Sturm-Liouville.

Marches aléatoires maximales entropiques sur des graphes et limites d'échelles.

Thibaut Duboux

On cherche à maximiser l'entropie "globale" sur un graphe donné c'est à dire sur toutes les trajectoires possibles. Lorsque le graphe est fini on peut montrer qu'un tel processus est défini de manière unique : on l'appelle « la marche aléatoire maximale entropique ». Cependant, il est très difficile d'expliciter les probabilités de transition ainsi que la mesure invariante de cette chaîne de Markov. En effet, ces quantités dépendent du spectre de la matrice d'adjacence du graphe et plus précisément du rayon spectral et du vecteur propre associé à celui-ci.

Dans cet exposé, on définira donc le modèle général de cette marche. Puis un intérêt tout particulier sera porté sur le cas des graphes infinis où l'unicité n'est plus immédiate. On cherchera à définir ce qu'est le rayon spectral en donnant des méthodes combinatoires pour le calculer. Sur ces derniers, on pourra naturellement effectuer des limites d'échelles de cette marche aléatoire.

Espaces universels en analyse fonctionnelle.

Estelle Basset

Comprendre comment un type particulier d'espaces métriques peut être plongé dans un espace de Banach est devenu ces dernières années un problème fondamental dans des domaines variés : en informatique théorique, en physique, en biologie... Un des principaux buts de ce procédé est d'obtenir une meilleure connaissance des propriétés géométriques des espaces métriques en question. Dans cet exposé, nous allons construire un exemple d'espace universel, ici un espace de Banach dans lequel on peut plonger tous les espaces métriques séparables avec des plongements grossièrement lipschitziens.

L’équation fonctionnelle de la fonction Zêta de Riemann.

Séréna Pedon

La première apparition de la fonction Zeta date de 1644 dans ce qu’on appelle le problème de Bale où les mathématiciens se demandait combien valait la série de l’inverse des entiers au carré. Il a fallut attendre 1731 pour que Leonhardt Euler en calcul la somme à $10^{-}6$ près et conjecture qu’elle vaut $\pi^2/6$. Il poursuit ses travaux et obtient finalement la formule explicite bien connue de la fonction Zeta pour les réels supérieurs à 1. Bernhard Riemann à l’idée brillante, en 1859 ans, de considérer cette fonction comme une fonction de la variable complexe, ce qui permet de démontrer de nombreuses nouvelles propriétés. Dans cet exposé, je démontrerai son prolongement à C tout entier ainsi que la célèbre équation fonctionnelle que la fonction Zêta de Riemann vérifie.

Generalized symmetries in quantum field theory

Johann Quenta Raygada

Symmetries are a fundamental concept in physics, having important applications in both classical and quantum mechanics. In quantum field theory, symmetries are one of the few tools available to study the non-perturbative aspects of physical systems. It is thus useful to consider possible generalizations of this concept. In 2015, Gaiotto et al. proposed an alternative characterization of symmetries in QFT, which led them to the notion of “higher-form symmetries”. Aside from enjoying a rich mathematical structure, these symmetries have found various applications in both high-energy and condensed-matter physics. In this talk, I will introduce the mathematical framework to define these “generalized symmetries” and present some examples of physical relevance.

Reconstruction rétrograde de systèmes de lois de conservation.

Florian Peru

Les lois de conservations sont des équations aux dérivées partielles de la forme

$$\begin{cases} \partial_t U + \partial_x f(U) = 0, \\ U(0,x) = U_0(x), \end{cases}$$

avec $f : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^n$ et d’inconnue $U : \mathbb{R}^+ \times \mathbb{R} \to \mathbb{R}^n$. Après quelques définitions, propriétés sur les lois de conservations et la construction de solutions, nous nous concentrerons sur la reconstruction rétrograde d’un type de système de lois de conservation particulier : les systèmes triangulaires non résonants. Ce système est composé d’une loi de conservation scalaire couplée avec une (ou plusieurs) équation de continuité. La reconstruction rétrograde de lois de conservations se résume au problème suivant : étant donné un instant $T > 0$, il faut d’abord déterminer si un état U_T est atteignable, et si oui, quelles données initiales U_0 peuvent nous amener au profil sélectionné, et comment reconstruire les solutions numériquement.

Théorie ergodique des systèmes dynamiques holomorphes.

Arnaud Nerriere

Une fonction polynomiale du plan complexe définit un système dynamique : on s'intéresse au comportement asymptotique des itérés de la transformation. Il apparaît que la dynamique est "chaotique" sur un certain sous-ensemble, appelé ensemble de Julia. On cherche alors à "décrire statistiquement" la dynamique sur cet ensemble : c'est le point de vue de la théorie ergodique. J'essayerai de donner un sens un peu plus précis aux expressions entre guillemets, et de donner des éléments de construction d'une mesure invariante qui décrit la dynamique. Si le temps le permet, on pourra aborder des généralisations de ces constructions dans le cas d'une transformation holomorphe d'une variété complexe de dimension arbitraire.