

# Estimation de la qualité des calculs et méthodes éléments finis adaptatives pour la simulation chirurgicale

## Projet MEFASIM

Franz Chouly

Laboratoire de Mathématiques de Besançon, UMR CNRS 6623, Université Bourgogne Franche-Comté, France.

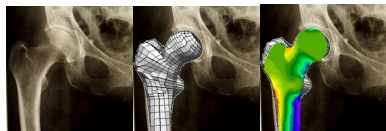
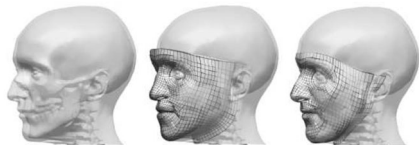
Colloque INFINITI

3 Novembre 2017, Paris

## Modèles éléments finis patient-spécifiques d'entités anatomiques

Simuler et prédire pour

- planifier et guider le geste chirurgical
- améliorer les dispositifs médicaux personnalisés

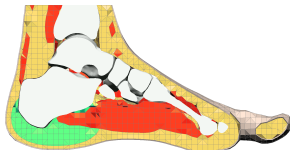


Bucki, Lobos, Payan & Hitschfeld 2011

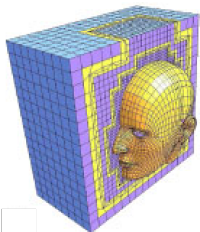
©www.Texisense.com 2017

## Génération de maillages : un verrou scientifique

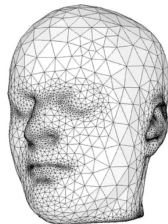
- Géométries complexes
  - Procédures automatiques ?
  - Qualité géométrique des éléments ?
  - Impact sur la précision ?
- ➔ **erreur de discretisation**



©www.Texisense.com 2017



Zhang, Hughes  
& Bajaj 2010



Frey & Georges 2008

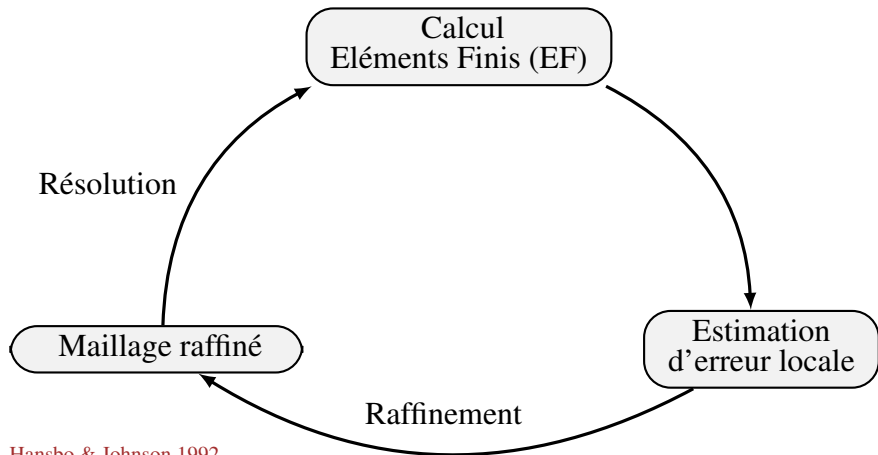
## But du projet MEFASIM

Regrouper biomécaniciens et mathématiciens pour

- **quantifier l'erreur de discrétisation** (maillage + éléments finis)  
→ *estimateurs d'erreur a posteriori*
- **optimiser la prédiction** (précision / temps de calcul)  
→ *adaptation de maillage*

Partenaires avec des **expertises** différentes

- **Mathématiques appliquées** (analyse numérique, calcul scientifique)
- **Mécanique** numérique
- **Biomécanique** théorique, numérique, expérimentale
- **Informatique** et génération de maillages



Hansbo & Johnson 1992  
Ainsworth & Oden 1997  
Verfürth 1999

## Modèle simplifié des tissus mous (muscles, organes, etc)

Elasticité linéaire plane avec contractilité (fibres musculaires)

$$\min_{\mathbf{u} \in \mathbf{V}} \frac{1}{2} \int_{\Omega} \boldsymbol{\sigma}(\mathbf{u}, \beta) : \boldsymbol{\varepsilon}(\mathbf{u}) \, d\mathbf{x} - \int_{\Omega} \mathbf{g} \cdot \mathbf{u} \, d\mathbf{x}$$

avec  $\boldsymbol{\sigma}(\mathbf{u}, \beta) = \underbrace{\boldsymbol{\sigma}_P(\mathbf{u})}_{\substack{\text{matériau} \\ \text{passif}}} + \underbrace{\boldsymbol{\sigma}_A(\beta)}_{\substack{\text{activation} \\ \text{musculaire}}}$  où  $\left\{ \begin{array}{l} \boldsymbol{\sigma}_A(\beta) = \beta T e_A \otimes e_A \\ e_A : \text{direction des fibres} \\ T : \text{tension} \\ \beta : \text{activation} \end{array} \right.$

Cowin & Humphrey 2001

Payan & Ohayon 2017

Biomechanics of Living Organs : Hyperelastic Constitutive Laws for Finite Element Modeling.

## Estimateurs *a posteriori*

Cadre variationnel

$$\mathbf{u} \in \mathbf{V} : a(\mathbf{u}, \mathbf{v}) = l(\beta, \mathbf{v}) \quad \forall \mathbf{v} \in \mathbf{V}$$

avec

$$a(\mathbf{u}, \mathbf{v}) = \int_{\Omega} \boldsymbol{\sigma}_P(\mathbf{u}) : \boldsymbol{\varepsilon}(\mathbf{v}) \, d\mathbf{x} \quad \text{et} \quad l(\beta, \mathbf{v}) = \int_{\Omega} \boldsymbol{\sigma}_A(\beta) : \boldsymbol{\varepsilon}(\mathbf{v}) \, d\mathbf{x} + \int_{\Omega} \mathbf{g} \cdot \mathbf{v} \, d\mathbf{x}$$

Calcul d'une **quantité d'intérêt** (déformations ou contraintes locales) :

$$J : \mathbf{V} \ni \mathbf{u} \mapsto J(\mathbf{u}) \in \mathbb{R}.$$

$$\text{But : } |J(\mathbf{u}) - J(\mathbf{u}_h)| ?$$

avec :

solution exacte :  $\mathbf{u} \in \mathbf{V}$

solution EF :  $\mathbf{u}_h \in \mathbf{V}_h$  (p.ex EF de Lagrange, linéaires ou quadratiques)

## Estimateur DWR (Dual Weighted Residuals)

Observation clé

$$J(\mathbf{u}) - J(\mathbf{u}_h) = a(\mathbf{u}, \mathbf{z}) - a(\mathbf{u}_h, \mathbf{z}) = \underbrace{l(\mathbf{z}) - a(\mathbf{u}_h, \mathbf{z})}_{\text{résidu}} =: \eta_h(\mathbf{z})$$

avec  $\mathbf{z} \in \mathbf{V}$  t.q.  $a(\mathbf{v}, \mathbf{z}) = J(\mathbf{v}) \quad \forall \mathbf{v} \in \mathbf{V}$  (problème dual)

➔ **estimateur global** :  $\eta_h$

Représentation locale du résidu

$$\begin{aligned} J(\mathbf{u}) - J(\mathbf{u}_h) &= \sum_{K \in \mathcal{K}_h} \langle R_K, \mathbf{z} - \pi_h \mathbf{z} \rangle_K + \langle R_{\partial K}, \mathbf{z} - \pi_h \mathbf{z} \rangle_{\partial K} \\ &=: \sum_{K \in \mathcal{K}_h} \eta_K(\mathbf{z} - \pi_h \mathbf{z}) \quad \text{estimateur local} \end{aligned}$$

$\pi_h \mathbf{z}$  : interpolé de la solution duale

$R_K / R_{\partial K}$  : contributions résiduelles sur  $K / \partial K$

➔ **estimateurs locaux** :  $\eta_K$

Becker & Rannacher 1997, 2001

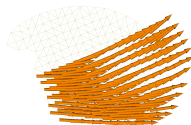
Rognes & Logg 2013 (FEniCS)



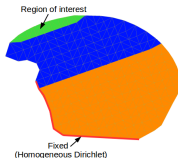
## Scénario 1 : activation du génioglosse



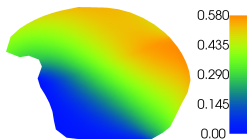
Bijar, Rohan, Perrier & Payan 2015



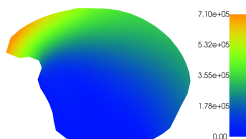
fibres musculaires  
(généioglosse)



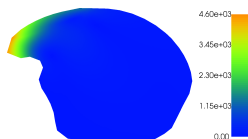
région d'intérêt  $\omega$  (vert)



déplacement  $\mathbf{u}$



solution duale  $\mathbf{z} / J_1$



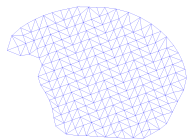
solution duale  $\mathbf{z} / J_2$

$$J_1(\mathbf{u}) := \int_{\omega} (u_x + u_y) dx$$

$$J_2(\mathbf{u}) := \int_{\omega} \operatorname{div} \mathbf{u} dx$$

## Scénario 1 : activation du génioglosse

$J_1$  :



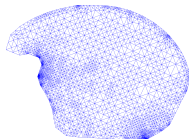
init

(N=426,  $\varepsilon = 1.10^{-2}$ )



2e itération

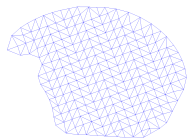
(N=523,  $\varepsilon = 3.10^{-3}$ )



8e itération

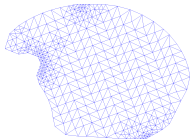
(N=5143,  $\varepsilon = 4.10^{-5}$ )

$J_2$  :



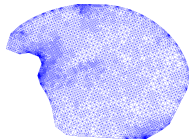
init

(N=426,  $\varepsilon = 3.10^{-2}$ )



2e itération

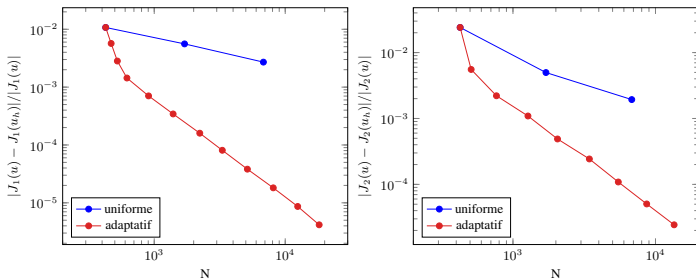
(N=766,  $\varepsilon = 2.10^{-3}$ )



8e itération

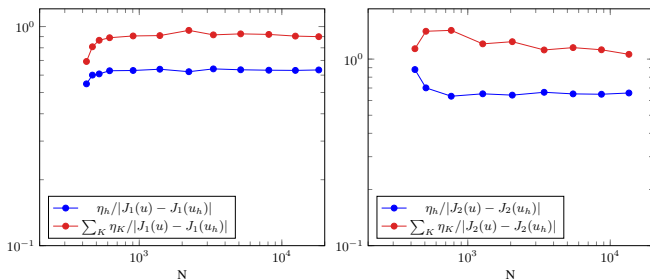
(N=13513,  $\varepsilon = 2.10^{-5}$ )

## Scénario 1 : activation du génioglosse



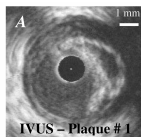
Raffinement uniforme vs. raffinement adaptatif

## Scénario 1 : activation du génioglosse

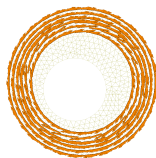
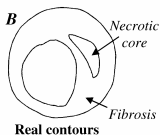


Efficacité des estimateurs *a posteriori*

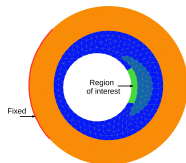
## Scénario 2 : activation de la paroi artérielle



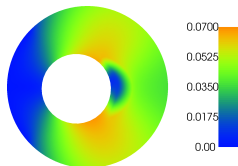
Le Floc'h et.al 2008



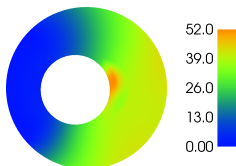
fibres musculaires  
(media)



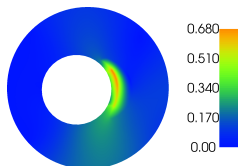
région d'intérêt  $\omega$  (vert)



déplacement  $\mathbf{u}$



solution duale  $\mathbf{z} / J_1$



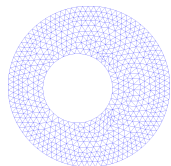
solution duale  $\mathbf{z} / J_2$

$$J_1(\mathbf{u}) := \int_{\omega} (u_x + u_y) dx$$

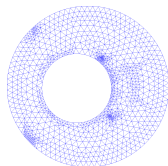
$$J_2(\mathbf{u}) := \int_{\omega} \operatorname{div} \mathbf{u} dx$$

## Scénario 2 : activation de la paroi artérielle

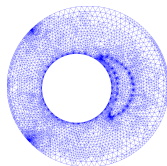
$J_1$  :



init  
( $N=1242$ ,  $\varepsilon = 0.4$ )



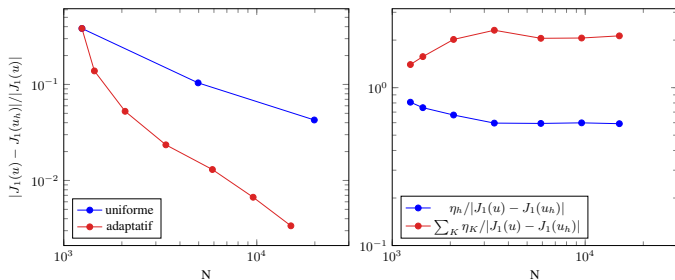
2e itération  
( $N=2079$ ,  $\varepsilon = 0.05$ )



6e itération  
( $N=15028$ ,  $\varepsilon = 3.10^{-3}$ )

$J_2$  : résultats similaires.

## Scénario 2 : réponse de la paroi artérielle



Raffinement uniforme vs. adaptatif / efficacité de l'estimateur

## Principaux résultats

- **Quantification de l'erreur de discrétisation**
- Sources d'erreur **locales** → raffinement adaptatif plus efficace
- Technique **DWR** : erreur sur une quantité d'intérêt donnée

→ **Intérêt potentiel des estimateurs d'erreur**

apport d'informations sur la discrétisation ( $\neq$  qualité des éléments)

...mais inutilisés en pratique courante en biomécanique

## Principales perspectives

- Précision de l'estimateur et efficacité de l'adaptation  
Nochetto, Veese, Verani 2009
- Erreurs de modélisation et sensibilité / paramètres  
Becker & Vexler 2005
- Cadre non-linéaire (hyperélastique) et 3D
- Simulation chirurgicale temps réel  
Bui 2017



## Estimateurs d'erreur

- Corrélation qualité géométrique des éléments / erreur de discrétisation
- Estimateur de Bank & Weiser pour l'élasticité
- Estimateurs d'erreur pour le contact et le frottement de Coulomb (résiduels, flux équilibrés)

## Erreurs de modélisation / incertitude sur les paramètres

- Technique DWR / étude de sensibilité ?
- Méthodes type Multi-Level Monte Carlo (MLMC) ?
- Méthodes type “compressed sensing” / Polynomial Chaos Expansion (PCE) ?

## Applications en biomécanique

- Pertinence pour la prévention des escarres, des plaies de pression ?
- Pertinence pour la prévention des cicatrices kéloïdes ?

## Partenaires

- Estimateurs d'erreur :
  - LMB, Besançon, UMR CNRS 6623 (Franz Chouly, Alexei Lozinski)
  - LMAP, Pau, UMR CNRS 5142 (Roland Becker, Daniela Capatina, Robert Luce)
  - IMAG, Montpellier, UMR CNRS 5149 (Vanessa Lleras)
  - IMT, Toulouse, UMR CNRS 5219 (Patrick Hild)
  - ICJ, Lyon, UMR CNRS 5208 (Yves Renard)
  - MATHISCE, EPFL, Lausanne, Suisse (Marco Picasso)
- Calcul scientifique, mécanique numérique :
  - Université du Luxembourg (Stéphane Bordas, Jack Hale, Satyendra Tomar)
  - LMB, Besançon, UMR CNRS 6623 (Julien Yves Rolland)
  - National Physics Laboratory, Londres, Royaume-Uni (Stéphane Chrétien)
  - I2M, Marseille, UMR CNRS 7373 (Michel Duprez, Florence Hubert)
- Biomécanique :
  - TIMC-IMAG, Grenoble, UMR CNRS 5525 (Yohan Payan, Jacques Ohayon, Jean-Louis Martiel)
  - GIPSA-Lab, Grenoble, UMR CNRS 5216 (Pascal Perrier)
  - Institut de Biomécanique Humaine Georges Charpak, Arts&Métiers Paris-Tech (Pierre-Yves Rohan)
  - FEMTO-ST, Besançon, UMR CNRS 6174 (Emmanuelle Jacquet, Jérôme Chambert, Arnaud Lejeune)
- Maillages :
  - Start-up TexiSense, Grenoble (Marek Bucki, Mathieu Baillet, Antoine Perrier)
  - Université Technique Federico Santa Maria, Santiago du Chili (Claudio Lobos)

## Financements

Région Bourgogne Franche-Comté (“Convention Région 2015C-4991. MENELAS”).

**Centre National de la Recherche Scientifique** (“Convention 232789 DEFI InFiniTI 2017 - MEFASIM”).

Agence Math Entreprises (“Convention Projets Exploratoires MethASim”).

## Publication

S Bordas, M Bucki, F Chouly, M Duprez, V Lleras, C Lobos, A Lozinski, PY Rohan, S Tomar. *Quantifying discretization errors for soft-tissue simulation in computer assisted surgery : a preliminary study*. 2017. hal-01616322. Proceedings EuroMech 595 (submitted).