Les mathématiques pourquoi faire ?

Mustapha Mokhtar-Kharroubi
Laboratoire de Mathématiques, CNRS-UMR 6623
Université de Franche-Comté
E-mail: mmokhtar@univ-fcomte.fr

Abstract

Ce texte a été écrit à l'occasion de la "Journée découverte de la recherche en mathématiques", en direction des lycéens francs-comtois, tenue au Laboratoire de Mathématiques de Besançon le 20 novembre 2013.

1 A quoi sont utiles les sciences ?

Si vous êtes ici pour cette journée, c'est que vous n'êtes pas indifférents aux sciences en général et aux mathématiques en particulier. Je prendrai cela comme point de départ de notre rencontre. Je voudrais, si vous le voulez bien, vous parler un peu (de manière informelle et philosophique) de l'histoire des mathématiques que l'on rencontre à l'université mais aussi de leurs liens avec d'autres pratiques, en espérant que cela vous apportera des éléments d'appréciation qui vous aideront dans vos choix d'études. Vous savez certainement que les mathématiques sont "utilisées" dans de nombreuses autres sciences; la physique bien sûr (c'est là un cas exemplaire) mais aussi, de manière différente, dans les sciences de l'ingénieur (la fabrication des ponts, des voitures, des avions, des ordinateurs etc.), l'informatique, l'économie, la biologie ... On peut dire, sans exagération qu'elles sont aussi omniprésentes, d'une manière ou d'une autre, dans les nombreux objets techniques de la vie courante. D'autre part, un nombre croissant de métiers (scientifiques ou pas) requièrent, à des degrés divers, des connaissances mathématiques et il convient bien sûr que les étudiants soient au courant des débouchés potentiels des formations mathématiques de l'Université. Mais paradoxalement, cette omniprésence des mathématiques dans d'autres sciences comme dans la technologie qui conditionne nos vies en occulte la nature et n'aide en rien à s'en faire une idée intéressante. Beaucoup de nos concitoyens déjà (même "cultivés"), croient naivement qu'en matière de recherche mathématique il n' y a plus grand chose à démontrer !! Il faut dire que la technologie envahissante et les médias qui la colportent offrent, des sciences en général (et c'est encore beaucoup plus vrai des mathématiques), une image tellement vague, tronquée et utilitaire qu'elles en deviennent méconnaissables ! N'oublions pas d'abord que le lien entre la science et la technologie est très récent et remonte à peine à la fin du XIX^{e} siècle ou début du XX^{e} siècle. Par exemple, le savoir-faire technique des Grecs étaient le fait d'artisans esclaves et ne doit rien au savoir mathématique extrêmement sophistiqué de l'époque qui n'avait aucune utilité pratique sinon comme activité philosophique réservée à une petite aristocratie de philosophes qui d'ailleurs (comme Platon) méprisaient les "logisticiens", ceux qui ne savent manipuler que les nombres concrets et étaient incapables de s'élever au niveau des abstractions !! De même, l'astronomie babylonienne, fort developpée, n'avait d'autre fonction que religieuse et divinatoire (lire le destin des hommes dans les configurations des astres). Ce n'est qu'à la Renaissance que naquit l'idée de se faire "maître de la nature" au moyen de la science. Ce projet est d'ailleurs resté très théorique en dépit du développement de la science moderne; des découvertes techniques majeures sont restées largement indépendantes de la science; ainsi par exemple, la machine à vapeur est née avant la connaissance des lois de la science thermodynamique qu'elle a d'ailleurs suscitée après coup ! La deuxième moitié du XIX^e^ siècle par contre a été une transition majeure dans les rapports entre Science et Technique (ou Technologie comme on dit maintenant). Cette tendance s'est renforcée au XX^e^ siècle où évidemment la technologie de pointe (comme par exemple l'Industrie nucléaire civile ou militaire, l'Industrie aéronautique, l'électronique ...) se fait en lien étroit avec la recherche fondamentale. Pour plus d'information, je vous renvoie au petit livre de J. M. Lévy-Leblond " A quoi sert la science ?", Bayard, 2008.

Pour en revenir aux mathématiques, il est important d'avoir un petit recul par rapport aux sacro-saintes "applications" et d'essayer d'avoir aussi de cette science une vue interne et au fond beaucoup plus profonde et riche. Cela ne signifie pas bien sûr qu'il faille ignorer les interactions fécondes avec les autres sciences notamment la physique.

2 Mathématiques pures ou appliquées ?

Il est courant de séparer les mathématiques en mathématiques pures (la production de connaissances théoriques) et les mathématiques appliquées (l'application de ces connaissances aux autres sciences par exemple). Cette séparation est largement artificielle car les mathématiques appliquées ne sont pas une simple application de résultats théoriques connus à des questions venues d'ailleurs. Très souvent, on doit construire des outils mathématiques adaptés à ces questions pour pouvoir les résoudre; et c'est là de la recherche mathématique à part entière. En ce sens là, les autres sciences contribuent souvent au développement des mathématiques en leur posant des questions théoriques (et parfois pratiques) inédites. En fait, la distinction, si l'on y tient vraiment, relève plutôt d'un état d'esprit: Le mathématicien pur développe les mathématiques pour elles-mêmes en résolvant des questions internes qui viennent de la théorie existante tandis que le mathématicien appliqué developpe aussi les mathématiques mais à travers des problèmes provenant d'autres sciences. Une fois le problème "extérieur" formulé en langage mathématique, sa résolution n'est pas pour autant facile et enrichit tout aussi bien les mathématiques. Les problèmes faciles (on dit triviaux dans notre jargon!) sont généralement évités par les chercheurs. De toutes les façons, les deux états d'esprit sont complémentaires (et se retrouvent parfois chez la même personne!): il faut répondre aux problèmes "internes" posés par la théorie mathématique existante mais aussi renouveler les mathématiques par des problèmes nouveaux venant par exemple des autres sciences sous peine de sclérose de la théorie qui se met à tourner à vide ! L'histoire des sciences contient des exemples de domaines mathématiques qui se sont "éteints" faute de problèmes significatifs. C'est pourquoi le bon mathématicien est toujours à la recherche de problèmes "intéressants". En 1900, dans une très célèbre conférence à Paris, David Hilbert, l'un des plus grands mathématiciens de tous les temps, disait: *Un nouveau problème, lorsqu'il tire son origine du monde extérieur, est comme un sauvageon qui ne se développe et ne porte des fruits que lorsqu'il a été greffé avec tous les soins de l'art du jardinier sur la souche mère, c'est-à-dire sur les connaissances mathématiques que nous possédons complètement.*

3 Un peu d'histoire

Si toutes les civilisations antiques ont dû, pour les besoins de la vie courante, développer des procédés de calcul arithmétique et de mesure des grandeurs, seuls les Grecs (signalons que ce terme ne renvoie pas à la seule Grèce classique mais aussi à ceux qui *parlaient grec* dans le monde hellénistique du pourtour méditerranéen notamment), à partir du VI^{e} siècle avant notre ère, ont su créer un mode de pensée tout à fait nouveau basé sur l'idée de *démonstration.* Les "Eléments" d'Euclide (Alexandrie, en Egypte, vers la fin du III^{e} siécle avant notre ère) résument le savoir mathématique de l'époque (géométrie et arithmétique) présenté de manière déductive et axiomatique. Les Grecs ne manipulaient pas des nombres à proprement parler (comme nous le faisons maintenant) mais plutôt des *rapports de grandeurs homogènes* (longueurs, aires planes, volumes, poids etc.) et étaient convaincus que deux grandeurs homogènes étaient *commensurables* (i.e. il existait une grandeur de même type dont elles étaient des multiples entiers), ce qui signifie que leur rapport est rationnel $\frac{p}{q}$. La découverte des irrationnels (par exemple le rapport de la diagonale du carré à son coté) ne les a pas beaucoup perturbés pour autant et ils ont continué à manipuler rigoureusement ces rapports "comme si" c'était des nombres (rationnels). Ils savaient, par des constructions géométriques, faire des calculs sur ces grandeurs (additionner, multiplier, diviser etc.); ils savaient calculer des aires, des volumes par des techniques ingénieuses (la méthode d'exhaustion qui préfigure notre calcul integral !). En dépit de ce savoir prodigieux, la notion de *fonction* (qui est incontournable aujourd'hui) était étrangère aux Grecs ! D'autre part, l'essor tardif de l'algèbre est dû notamment à l'absence de notations (abréviations) commodes. L'usage de lettres, à partir de la Renaissance, pour désigner des inconnues a été une véritable *libération* et a permis un progrès inouî; la notion de fonction (polynomiale) émerge lentement; on apprend aussi accidentellement à manipuler les nombres dits *imaginaires* "comme s'ils existaient" pour résoudre des équations polynomiales du troisième et quatrième degrés ! Les mathématiciens de cette époque étaient très loin d'imaginer que ces nombres là non seulement existent bel et bien mais allaient jouer un rôle considérable en mathématiques et ailleurs.

La méthode des coordonnées qui apparait au XVII$^{\mathrm{e}}$ siècle avec Descartes (mais aussi Fermat) qui consiste à représenter un point du plan par un couple de nombres (ses coordonnées) a permis de transformer les problèmes de géométrie en "problèmes d'algèbre" en travaillant avec "les équations des figures"; par exemple une droite du plan a pour équation

$$ax + by + c = 0$$

(avec a ou b non nul), un cercle a pour équation

$$(x-a)^2 + (y-b)^2 = r^2$$

etc. L'idée d'une grandeur dépendant d'une autre et que l'on représente par un graphique apparait déjà au XIV$^{\mathrm{e}}$ siècle chez Oresme et sa conjonction avec la méthode des coordonnées a fini par familiariser avec l'idée de fonction

$$y = f(x)$$

que l'on peut représenter par une courbe ou graphique. Cette notion de fonction est à la base de la plus grande invention des mathématiques, *le calcul infinitésimal.* Ce calcul provient de deux préoccupations apparemment assez différentes.

1) Déjà Euclide, en enserrant un cercle entre deux suites de polygones réguliers *inscrits* et *circonscrits* d'aires respectives p_n et q_n, a pu montrer que

$$(q_{n+1} - p_{n+1}) \leq \frac{1}{2}(q_n - p_n)$$

exhibant ainsi une suite d'*intervalles emboités* $[p_n, q_n]$ dont la longueur devient de plus en plus petite ce qui lui a permis de calculer l'aire du disque comme étant l'unique valeur comprise dans tous ces intervalles. Il s'agit de la méthode dite d'exhaustion, due probablement à Eudoxe, qui a permis à ce dernier de montrer que le volume d'un cône de révolution est égal au tiers de celui du cylindre de mêmes base et hauteur. Elle a permis aussi à Archimède de calculer de nombreux volumes ou aires...Cette méthode est reprise au XVII$^{\mathrm{e}}$ siècle, notamment par Fermat pour calculer l'aire comprise sous le graphe de fonctions puissances.

2) A cette même époque, on s'intéressait aussi (notamment avec Fermat) à la détermination des *tangentes* à une courbe représentant une fonction $f(x)$; ce type de calcul a partie liée avec ce que l'on appelle depuis la dérivée $f'(x)$ ou $\frac{df}{dx}$. Or les deux démarches font appel implicitement à la notion de *limite.* Ainsi

$$f'(x) = \lim_{h \to 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}.$$

Newton et Leibniz, indépendamment l'un de l'autre, ont formalisé (de manière un peu obscure il est vrai) la notion de dérivée, inventant ainsi le calcul infinitésimal. Cette notion permet alors de *définir* correctement la notion cruciale de *vitesse instantanée* et d'*accélération instantanée* (vitesse instantanée d'une vitesse instantanée !) à la base de la mécanique newtonienne qui prenait alors le relais des travaux de Kepler et Galilée. La loi fondamentale de Newton

$$F(r(t)) = mr''(t)$$

qui relie la force agissant sur un point matériel (de masse m) situé au point $r(t)$ et son accéleration $r''(t)$ permit alors de retrouver les lois de Kepler sur les trajectoires elliptiques des planètes du système solaire mais aussi de faire d'innombrables autres découvertes.

Le lien entre les calculs d'aire sous des courbes et celui de tangentes à des courbes devint clair quand on a réalisé que si l'on note $F(x)$ l'aire située sous la courbe représentative de f entre, disons, les abscisses 0 et x, alors la dérivée de cette nouvelle fonction $F(x)$ n'est autre que la fonction $f(x)$. On dira alors que $F(x)$ est la primitive de la fonction $f(x)$. Ainsi, l'aire située sous la courbe représentative de f entre les abscisses a et b sera donnée par $F(b) - F(a)$ et sera notée plus tard

$$\int_a^b f(t)dt.$$

Cela a constitué une étape majeure dans l'évolution des mathématiques et de leurs applications. La notion de limite et avec elle la notion d'intégrale (Integrale de Riemann), sous-jacente à tout cela, ne seront quant à elles correctement comprises qu'au XIX$^{\text{e}}$ siècle ! La mécanique newtonienne, basée alors sur le calcul différentiel, prit son essor et inaugura la *mathématisation* de la mécanique moderne. L'étude des équations différentielles (où l'inconnue est une fonction $r(t)$!) du premier ordre comme par exemple

$$r'(t) = f(r(t)),$$

ou du second ordre comme la loi de Newton va alors se développer. Très vite l'idée de dériver des fonctions de plusieurs variables, (par exemple de deux variables $f(x, y)$) par rapport à chacune des variables notées

$$\frac{\partial f}{\partial x} \text{ et } \frac{\partial f}{\partial y},$$

fit son chemin, en particulier pour modéliser les milieux dits continus comme les fluides introduisant ainsi des *équations aux dérivées partielles* (où l'inconnue est une fonction de plusieurs variables). Parmi ces équations, figurent par exemple les équations de Navier-Stokes ou les équations d'Euler qui jouent un rôle central dans la compréhension des océans ou de l'atmosphère terrestre et donc finalement dans la compréhension du climat ! Le XIX$^{\text{e}}$ siècle a vu la découverte et la compréhension des phénomènes électriques et magnétiques et leur synthèse, par Maxwell, sous la forme d'un système d'équations aux dérivées partielles qui porte son nom. Au même moment, naquit la théorie cinétique des gaz (notamment avec L. Boltzmann) en vue de donner un nouveau fondement (basé sur l'analyse statistique des particules) à la thermodynamique initiant ainsi une *physique statistique*. Contrairement aux équations différentielles, les équations aux dérivées partielles sont beaucoup plus compliquées à résoudre et n'ont commencé à être comprises qu'au XX^e siècle avec l'invention de nouveaux outils (l'Analyse fonctionnelle). Mais n'allons pas trop vite! Les fonctions de la variable complexe $f(z)$ (où $z = x + iy$) dérivables au sens complexe (on dit aussi holomorphes), i.e. telles que la limite

$$f'(z) = \lim_{h \to 0} \frac{f(z+h) - f(z)}{h}$$

existe, étudiées au XIX^e siècle notamment par Cauchy, ont révélé des propriétés mathématiques inouïes qu'utilisent depuis tous les scientifques, mathématiciens ou pas !! Après la naissance du calcul différentiel et l'usage des limites, on a commencé à manipuler des "sommations infinies" (on dit des séries) et des produits infinis de nombres mais aussi de fonctions ! Ainsi la merveilleuse formule d'Euler

$$\frac{1}{(1 - \frac{1}{p_1^s})(1 - \frac{1}{p_2^s})...(1 - \frac{1}{p_n^s})...} = 1 + \frac{1}{2^s} + ...\frac{1}{n^s} + ...$$

(où $p_1, p_2, ..., p_n, ...$ est la suite des nombres premiers) qui exprime, sous la forme d'un produit infini, la fonction zêta de Riemann (définie pour $s > 1$)

$$\zeta(s) = 1 + \frac{1}{2^s} + ...\frac{1}{n^s} + ...$$

La fonction zêta *se prolonge à toutes les valeurs complexes* $s \neq 1$ et joue un rôle important en théorie des nombres pour la compréhension de *la répartition des nombres premiers*. Une conjecture (l'hypothèse de Riemann), concernant les racines complexes de cette fonction et qui remonte à plus de 150 ans, vaudrait probablement la médaille Fields à celui ou celle qui la résoudrait !!

D'autre part, les sommes infinies de fonctions trigonométriques (ou séries de Fourier)

$$\sum_n a_n \cos(nx) + b_n \sin(nx)$$

jouèrent un rôle important dans la résolution des équations aux dérivées partielles linéaires comme par exemple l'équation des ondes

$$\frac{\partial^2 f}{\partial t^2} - \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} = 0$$

ou celle de la chaleur

$$\frac{\partial f}{\partial t} - \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} = 0$$

(écrites ici en une seule variable d'espace x). Le XIX^e siècle a aussi été une periode d'introduction d'une rigueur accrue en mathématiques notamment en Analyse grâce à Cauchy et Weierstrass: clarification de la notion de limite, construction rigoureuse de l'ensemble $\mathbb{R}$ des nombres réels, clarification de la notion de fonction etc. (Il faut dire que toutes ces notions étaient entourées de beaucoup de vague conceptuel, et grosses de présupposés inconscients, et par conséquent manipulées sans grande rigueur par les mathématiciens d'avant.) Ainsi, à la fin du XIX^{e} siècle, David Hilbert axiomatise la géométrie d'Euclide en la débarassant définitivement du recours (inconscient) à l'intuition qui l'avait toujours accompagnée. L'arithmétique de son côté est axiomatisée par Peano. On assiste aussi à un renversement de perspective où c'est le concept de nombre entier qui va se retrouver au fondement des mathématiques et non plus la géométrie! L'étude des points x où une série de Fourier ne converge pas a conduit Cantor à l'étude de parties quelconques de $\mathbb{R}$ puis à la construction d'*une théorie des ensembles infinis* qui sera utilisée au XX^{e} siècle pour refonder la Mathématique ! Le XIX^{e} siècle a aussi connu l'émergence de géométries non-euclidiennes qui ne respectent pas le postulat ("évident" !) d'Euclide qui veut qu'à partir d'un point exterieur à une droite donnée D il passe une droite et une seule parallèle à D. L'existence de géométries tout à fait cohérentes mais néanmoins très différentes de notre géométrie euclidienne a fini par convaincre les mathématiciens que "la vérité" d'une théorie (une géométrie par exemple) ne réside pas dans le "monde extérieur"; d'ailleurs au début du XX^{e} siècle, la Relativité généralisée d'Einstein montrera que c'est une géométrie non euclidienne, introduite quelques décennies auparavant par Riemann, qui est adaptée à la description à grande échelle de l'Univers physique ! Au delà de toute préoccupation utilitaire, les implications philosophiques de telles avancées scientifiques sont considérables et ne sauraient être ignorées du grand public cultivé.

Les calculs sur les séries de Fourier ont révélé que les fonctions trigonométriques avaient de propriétés "d'orthogonalité" qui rappelaient tout à fait celles des vecteurs de notre espace euclidien usuel ! L'analogie s'est révélée très féconde et a permis la construction d'espaces vectoriels de dimension infinie (les fonctions sont alors des "vecteurs" ayant une infinité de coordonnées!) munis d'un produit scalaire, *les espaces de Hilbert*. Grâce à von Neumann, la physique quantique, née au début du XX^{e} siècle et pilier de la physique actuelle, a trouvé dans les espaces de Hilbert (et les opérateurs auto-adjoints qui opèrent dessus) sa bonne formulation mathématique.

Le XX^{e} siècle a poursuivi cette refondation des mathématiques mais aussi leur ramification en diverses théories de plus en plus puissantes, mais aussi de plus en plus abstraites, qui ont permis de résoudre de nombreux problèmes qui étaient hors de portée des outils mathématiques d'avant; il semblerait même qu'il s'est fait plus de mathématiques depuis les années 1930 que pendant toute la période précédente depuis les Grecs !! Pour plus d'information, je vous renvoie au très beau livre de Jean Dieudonné "Pour l'honneur de l'esprit humain" (Hachette, 1987) pour un voyage "grand public" fascinant à l'intérieur des mathématiques.

Je voudrais terminer ce petit historique par quelques informations complémentaires qui donnent une idée de l'extraordinaire foisonnement intellectuel de ce début de XX^{e} siècle. L'équation de la chaleur que j'ai notée plus haut, qui avait été introduite par J. Fourier au XIX^{e} siècle pour comprendre la propagation de la chaleur dans les corps, a fait une apparition inattendue dans l'étude du mouvement brownien par Einstein en 1905 (Einstein ce n'est pas que la relativité !) créant ainsi un pont entre la théorie des probabilités et les équations aux dérivées partielles. (Notons aussi que J. Bachelier avait déjà introduit le mouvement brownien en mathématiques financières, dans sa thèse "Théorie de la spéculation" soutenue à Besançon en 1900!) Ces études du mouvement brownien ont permis au physicien Jean Perrin de faire des experiences cruciales *validant l'hypothèse atomique* (très contestée durant le XIX^{e} siècle par les tenants de la Thermodynamique, les "énergetistes"), en estimant le nombre d'Avogadro, et permettant ainsi l'essor de la physique statistique inaugurée par L. Boltzmann. Comme on le voit, il y a là plus que de simples "intéractions" entre les mathématiques et la physique; et encore nous n'avons pas du tout abordé ce qui s'est passé depuis!

4 Les mathématiques pourquoi faire ?

Ces mathématiques récentes que j'ai esquissées très rapidement ne se voient pas bien sûr dans les programmes de mathématiques des lycées. D'un point de vue pédagogique, cela se comprend assez bien car il faut avoir une familiarité suffisante avec les mathématiques "traditionnelles" avant de pouvoir entrer utilement dans des théories plus puissantes mais aussi beaucoup plus abstraites. Déjà dans les années 60 et 70, l'introduction des "mathématiques modernes" par un usage inutilement abstrait de la théorie des ensembles a crée un malaise puis une réaction salutaire des parents et du corps enseignant ! A l'université par contre, pour ceux qui se destinent à des études de mathématiques (en vue de l'enseignement, la recherche etc.), ces théories mathématiques sont introduites progressivement et leur enseignement ne pose pas de problème particulier. A vrai dire, une théorie abstraite n'est pas difficile; c'est plutôt le contraire qui est vrai car elle se concentre sur ses quelques axiomes constitutifs et l'on n'est donc pas gêné (chahuté!) par les innombrables détails périphériques qui peuvent encombrer une théorie plus concrète et plus riche. La difficulté est plutôt ailleurs: En général, "on comprend" quelque chose de nouveau quand on sait le relier à "d'autres choses" que l'on sait déjà ! Mais le caractère à priori abstrait s'estompe progressivement puisque ces différentes théories s'étayent les unes les autres et se donnent mutuellement du sens ce qui permet leur assimilation. Ainsi la théorie de l'intégrale de Lebesgue (beaucoup plus puissante que l'intégrale de Riemann que j'ai indiquée plus haut) se comprend assez bien quand on la relie à la théorie des probabilités. Les espaces L^p issus de l'intégrale de Lebesgue fournissent des exemples concrets d'espaces normés pour le cours de Topologie. Ils servent aussi à construire d'autres espaces de fonctions, les espaces de Sobolev, utiles en théorie des équations aux dérivées partielles. L'espace de Hilbert L^2 est lui relié à une foule d'autres choses: par exemple, tous les développements de "fonctions spéciales" que l'on trouve dans les livres de physique notamment ne sont que des exemples de diagonalisation d'opérateurs auto-adjoints particuliers dans L^2; l'équation de Schrodinger, à la base de la physique quantique, est liée à un groupe unitaire dans L^2; les solutions "faibles" des équations aux dérivées partielles elliptiques s'obtiennent facilement à l'aide du théorème représentation des formes linéaires continues sur L^2...Même si bien sûr vous n'avez pas compris le sens des mots que je viens de prononcer, retenez simplement qu'il y a une profonde unité des mathématiques qui en fait toute la beauté et que cela n'a pu se vérifier qu'après leur profonde refonte entre les XIX^{e} et XX^{e} siècles. Sachez aussi que les idées sous jacentes sont "simples" même si bien sûr, comme toujours, il faut un peu de temps pour s'exercer et se familiariser avec ces outils. Sachez enfin que ces théories abstraites ne sont pas gratuites; elles ont été suscitées et motivées par des problèmes très concrets que l'on ne savait pas résoudre. Comme toujours, la résolution de problèmes en suscitent souvent d'autres aussi excitants. L'état normal des mathématiques (comme des autres sciences d'ailleurs) est d'être perpétuellement en mouvement et réorganisation. Aussi les problèmes ouverts intéressants (qu'ils soient d'origine interne ou bien motivés par d'autres sciences ou par l'industrie) abondent dans tous les domaines des mathématiques; il y a donc du pain sur la planche pour ceux qui souhaitent se lancer dans l'aventure de la recherche mathématique !

En plus de leur intérêt propre (qui est immense), les mathématiques sont bien plus qu'un simple langage pour des sciences. En physique théorique notamment, elles se font même "outils de pensée", au coeur de ses formalismes. *Que ce soit pour en faire son métier comme chercheur ou comme enseignant en mathématiques ou même comme utilisateur occasionnel dans d'autres professions qui en font usage, on ne peut ignorer le rôle structurant des mathématiques qui en fait un élément majeur de la culture de notre temps.*